

Formulaire de statistique

Pour une variable aléatoire Z de loi gaussienne et telle que $E(Z) = 0$ et $\text{Var}(Z) = 1$, on a

$$P(|Z| > 1) = 0,32 \quad P(|Z| > 1,65) = 0,10 \quad P(|Z| > 1,96) = 0,05 \quad P(|Z| > 2,58) = 0,01.$$

Si X est une variable aléatoire gaussienne de moyenne μ et de variance σ^2 , alors

$$\frac{X - \mu}{\sigma} \stackrel{\mathcal{L}}{=} Z.$$

Estimateur de la moyenne :

$$\hat{\mu} = M_n = \frac{1}{n} S_n = \frac{1}{n} \sum_1^n X_j \text{ ou pour des valeurs données, } m = \frac{1}{n} \sum_1^n x_j.$$

Dans le cas particulier de l'estimation d'une proportion p , les X_j suivent une loi de Bernoulli de paramètre p , $0 < p < 1$ et on a

$$E(X_j) = p \text{ et } \text{Var}(X_j) = p(1 - p).$$

Estimateur d'une proportion p : $\hat{p} = f = \frac{1}{n} S_n = \frac{1}{n} \sum_1^n X_j$.

Les résultats suivants servent à construire un intervalle de confiance pour μ et un test statistique pour $H_0 : \mu = \mu_0$.

Si les X_j sont indépendantes et de même loi gaussienne ou si n est grand et les X_j sont indépendantes de même loi de variance finie :

$$\frac{\hat{\mu} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \stackrel{\mathcal{L}}{\approx} Z$$

Estimateurs de la variance et de la corrélation :

$$\widehat{\sigma^2} = s^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_1^n x_j^2 - n\hat{\mu}^2 \right), \quad r = \frac{\sum_1^n x_j y_j - n\hat{\mu}_X \hat{\mu}_Y}{(n-1)\hat{\sigma}_X \hat{\sigma}_Y}$$

Soit T_n une variable de loi de Student à n degrés de liberté.

$$P(|T_3| > 3,18) = P(|T_4| > 2,78) = P(|T_5| > 2,57) = P(|T_6| > 2,45) = 0,05$$

Si les X_j sont indépendantes et de même loi gaussienne,

$$\frac{\hat{\mu} - \mu}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} \stackrel{\mathcal{L}}{=} T_{n-1}$$

Si $\{X_1, X_2, \dots, Y_1, Y_2, \dots\}$ sont indépendantes et de même loi gaussienne, alors

$$r \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}} \stackrel{\mathcal{L}}{=} T_{n-2}.$$

On peut utiliser ce résultat pour construire un test pour $H_0 : \rho = 0$.

TABLE 1 – Loi de Student à k degrés de liberté : $P(|T_k| \geq t)$

k	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
t										
4,60	0,0193	0,0100	0,0058	0,0037	0,0025	0,0018	0,0013	0,0010	0,0008	0,0006
4,59	0,0194	0,0101	0,0059	0,0037	0,0025	0,0018	0,0013	0,0010	0,0008	0,0006
4,54	0,0200	0,0105	0,0062	0,0039	0,0027	0,0019	0,0014	0,0011	0,0008	0,0007
4,03	0,0275	0,0157	0,0100	0,0069	0,0050	0,0038	0,0030	0,0024	0,0020	0,0017
3,90	0,0299	0,0175	0,0114	0,0080	0,0059	0,0045	0,0036	0,0030	0,0025	0,0021
3,75	0,0331	0,0199	0,0133	0,0095	0,0072	0,0056	0,0046	0,0038	0,0032	0,0028
3,71	0,0340	0,0207	0,0139	0,0100	0,0076	0,0060	0,0048	0,0040	0,0034	0,0030
3,50	0,0395	0,0249	0,0173	0,0128	0,0100	0,0081	0,0067	0,0057	0,0050	0,0044
3,48	0,0401	0,0254	0,0177	0,0131	0,0103	0,0083	0,0069	0,0059	0,0051	0,0045
3,36	0,0437	0,0283	0,0201	0,0152	0,0121	0,0099	0,0084	0,0072	0,0064	0,0057
3,30	0,0457	0,0299	0,0215	0,0164	0,0131	0,0109	0,0092	0,0080	0,0071	0,0063
3,25	0,0475	0,0314	0,0227	0,0175	0,0141	0,0117	0,0100	0,0087	0,0077	0,0070
3,18	0,0501	0,0335	0,0245	0,0191	0,0155	0,0130	0,0112	0,0098	0,0088	0,0079
3,17	0,0505	0,0339	0,0248	0,0193	0,0157	0,0132	0,0114	0,0100	0,0089	0,0081
3,14	0,0517	0,0348	0,0257	0,0201	0,0164	0,0138	0,0119	0,0105	0,0094	0,0085
3,00	0,0577	0,0399	0,0301	0,0240	0,0199	0,0171	0,0150	0,0133	0,0121	0,0111
2,90	0,0625	0,0441	0,0338	0,0273	0,0230	0,0199	0,0176	0,0158	0,0144	0,0133
2,83	0,0662	0,0473	0,0367	0,0300	0,0254	0,0222	0,0197	0,0179	0,0164	0,0152
2,82	0,0667	0,0478	0,0371	0,0304	0,0258	0,0225	0,0200	0,0182	0,0167	0,0155
2,78	0,0690	0,0498	0,0389	0,0320	0,0273	0,0239	0,0214	0,0195	0,0179	0,0167
2,76	0,0702	0,0508	0,0398	0,0329	0,0281	0,0247	0,0221	0,0201	0,0186	0,0173
2,71	0,0732	0,0535	0,0423	0,0351	0,0302	0,0267	0,0240	0,0219	0,0203	0,0190
2,63	0,0783	0,0582	0,0465	0,0391	0,0339	0,0302	0,0274	0,0252	0,0234	0,0220
2,61	0,0797	0,0594	0,0477	0,0401	0,0349	0,0311	0,0283	0,0260	0,0243	0,0228
2,58	0,0818	0,0613	0,0494	0,0418	0,0365	0,0326	0,0297	0,0274	0,0256	0,0241
2,57	0,0825	0,0620	0,0500	0,0423	0,0370	0,0331	0,0302	0,0279	0,0261	0,0245
2,53	0,0854	0,0647	0,0525	0,0447	0,0392	0,0353	0,0322	0,0299	0,0280	0,0264
2,52	0,0862	0,0654	0,0532	0,0453	0,0398	0,0358	0,0328	0,0304	0,0285	0,0269
2,45	0,0917	0,0704	0,0579	0,0498	0,0441	0,0399	0,0368	0,0343	0,0322	0,0306
2,40	0,0959	0,0744	0,0616	0,0533	0,0475	0,0432	0,0399	0,0373	0,0352	0,0335
2,36	0,0994	0,0777	0,0648	0,0563	0,0503	0,0460	0,0426	0,0400	0,0378	0,0361
2,35	0,1003	0,0785	0,0656	0,0571	0,0511	0,0467	0,0433	0,0406	0,0385	0,0367
2,31	0,1040	0,0820	0,0689	0,0603	0,0542	0,0497	0,0462	0,0435	0,0413	0,0395
2,26	0,1089	0,0867	0,0734	0,0645	0,0583	0,0537	0,0502	0,0474	0,0451	0,0432
2,23	0,1120	0,0896	0,0762	0,0673	0,0610	0,0563	0,0527	0,0498	0,0475	0,0456
2,13	0,1230	0,1002	0,0864	0,0772	0,0707	0,0658	0,0620	0,0590	0,0566	0,0546
2,02	0,1367	0,1135	0,0994	0,0899	0,0831	0,0781	0,0741	0,0710	0,0684	0,0663
1,96	0,1449	0,1216	0,1073	0,0977	0,0908	0,0857	0,0816	0,0784	0,0758	0,0736
1,94	0,1477	0,1244	0,1101	0,1004	0,0935	0,0883	0,0843	0,0811	0,0784	0,0762
1,89	0,1552	0,1318	0,1174	0,1077	0,1007	0,0954	0,0913	0,0881	0,0854	0,0831
1,86	0,1598	0,1364	0,1220	0,1122	0,1052	0,0999	0,0958	0,0925	0,0898	0,0876
1,83	0,1647	0,1412	0,1268	0,1170	0,1099	0,1046	0,1005	0,0972	0,0945	0,0922
1,81	0,1680	0,1445	0,1301	0,1203	0,1132	0,1079	0,1037	0,1004	0,0977	0,0954