

## Probabilité et Statistique

### Feuille d'exercices n° 4

**Exercice 1** On note  $p$  la proportion des individus d'une population atteints d'une maladie M. On extrait par tirage au sort un échantillon de 100 individus de la population. On constate que sur ces 100 sujets, 15 sont atteints de la maladie M.

- 1) Donner un intervalle de confiance pour  $p$  au seuil 0,05.
- 2) Avec cette observation, à quel seuil faudrait-il travailler pour obtenir un intervalle de confiance pour  $p$  de longueur 0,10 ?

**Exercice 2** On veut faire un sondage par téléphone pour connaître la proportion d'électeurs qui vont voter A, mais on veut que, avec un niveau de confiance 95 %, l'erreur ne soit pas plus grande que  $\pm 3$  %. Combien de personnes faut-il interroger ?

**Exercice 3** On réalise des mesures de hauteurs d'arbres dans une forêt sur un échantillon de 12 arbres. Les résultats sont répertoriés dans le tableau suivant :

20.4	25.4	25.6	25.6	26.6	28.6
28.7	29	29.8	30.5	30.9	31.1

1. Donner une estimation de la hauteur moyenne des arbres, ainsi qu'une estimation de la variance de cette hauteur.
2. Calculer un intervalle de confiance à 95% de cette hauteur.

**Exercice 4** On se demande si le pourcentage de garçons à la naissance diffère de 50 % dans une ville où il y a 400 naissances en 2000, dont 205 garçons. Faire un test au seuil 5 %. Conclusion ?

**Exercice 5** On lance une pièce 1000 fois au hasard et on trouve 535 faces, donc  $f = 0,535$ . Est-ce que l'on peut rejeter l'hypothèse que la pièce est équilibrée (on prendra un seuil de 5%) ?

**Exercice 6** Un verre de jus d'orange dans un café doit contenir 25 cl de jus. Le contenu d'un verre devrait suivre une loi normale de moyenne 25 cl et d'écart-type 3 cl. Depuis le changement de propriétaire du café, on a l'impression que le verre de jus est moins rempli.

Pour vérifier, on a acheté 15 verres et on a mesuré le contenu. On a observé un contenu moyen de 22 cl.

Sachant que l'écart-type est égal à 3 cl, peut-on démontrer au risque de 5 % que le nouveau propriétaire est malhonnête ?

**Exercice 7** Un produit de référence synthétique a été préparé en vue de l'emploi d'une méthode d'analyse relative. Exprimée en pourcentage, la teneur visée pour l'élément intéressant est  $\mu_0 = 25,60$ . Pour vérifier la préparation du produit, on effectue une série de  $n = 40$  dosages : la valeur moyenne observée est  $\mu = 25,58$  et l'écart-type est  $\sigma = 0,2$ .

1) Sachant que  $\sigma = 0,2$ , donner la décision du test  $H_0 : \mu = \mu_0$  contre  $H_1 : \mu \neq \mu_0$  (On fixera  $\alpha = 0,05$ ).

2) Calculer le risque  $\beta$  de deuxième espèce d'admettre que la teneur en élément dans le produit est égale à la valeur visée  $\mu_0$  alors que sa valeur réelle est  $\mu_1 = 25,70$ .

3) En déduire la puissance du test de  $H_1 : \mu = \mu_0$  contre  $H_1 : \mu = \mu_1 = 25,7$ .