

## Probabilité et Statistique

### Feuille d'exercices n° 2

**Exercice 1** Considérons une variable aléatoire  $Z$  de loi normale standard.

1) Calculer :

$$(i) P(Z \leq 1,96) ; \quad (ii) P(Z = 1,96) ; \quad (iii) P(Z < 1,96) ; \quad (iv) P(Z \leq 5) ; \quad (v) P(Z \geq 1,35) ; \\ (vi) P(Z \leq -3) ; \quad (vii) P\left(0 \leq Z \leq \frac{1}{3}\right) ; \quad (viii) P(|Z| \leq 1) ; \quad (ix) P\left(\left|Z - \frac{1}{2}\right| \leq 2\right) .$$

2) Déterminer  $z$  pour que :

$$a) P(Z \leq z) = 0,7995 ; \quad b) P(|Z| \leq z) = 0,95 ; \quad c) P(Z \leq z) = 0,25 .$$

**Exercice 2** On suppose que la glycémie est distribuée normalement dans la population, avec une moyenne de 1 g/l et un écart-type de 0,03 g/l. On mesure la glycémie chez un individu.

1) Calculer la probabilité pour que sa glycémie soit :

$$\mathbf{a)} \text{ inférieure à } 1,06 ; \quad \mathbf{b)} \text{ supérieure à } 0,9985.$$

2) QCM. Une seule bonne réponse. Que vaut la probabilité pour que sa glycémie soit comprise entre 0,94 et 1,08 ?

$$\text{A. } 0,3154 ; \quad \text{B. } 0,9870 ; \quad \text{C. } 0,9734 ; \quad \text{D. } 0,2535 .$$

3) On mesure la glycémie chez 1 000 individus choisis au hasard.

Donner une estimation du nombre d'individus dont la glycémie est supérieure à 0,99.

**Exercice 3** On suppose que la taille de 615 étudiants est distribuée normalement avec une moyenne de 1,75 m et un écart-type de 20 cm. Donner une estimation du nombre d'étudiants ayant des tailles :

- 1) inférieures ou égales à 1,50 m,
- 2) comprises entre 1,50 m et 1,65 m,
- 3) supérieures ou égales à 2 m,
- 4) comprises entre 1,65 m et 2 m.

**Exercice 4** On a constaté que la répartition du taux de cholestérol pour un grand nombre de personnes est la suivante :

Taux inférieur à 165 cg : 58 %

Taux compris entre 165 et 180 cg : 38 %

Taux supérieur à 180 cg : 4 %.

1) Sachant que la répartition suit une loi normale, calculer la valeur moyenne du taux de cholestérol et son écart-type.

2) On admet que les personnes dont le taux est supérieur à 183 cg doivent subir un traitement. Donner une estimation du nombre de personnes à soigner dans une population de 100 000 personnes.

**Exercice 5** Dans une population  $P$  un test biologique  $X$  est normalement distribué de moyenne 150 UI et d'écart type 50 UI.

- 1) Quelle est la valeur  $BS$  telle que 5% des individus de la population aient une valeur supérieure ou égale à  $BS$  ?
- 2) Quelle est la valeur  $BI$  telle que 2.5% des individus de la population aient une valeur inférieure ou égale à  $BI$  ?
- 3) L'intervalle des résultats considérés comme normaux est  $[52, 232]$ . Quelle est la probabilité qu'un individu ait un résultat normal ?

**Exercice 6** La probabilité qu'un individu ait une réaction négative à l'injection d'un sérum est de 0,1. Pour un échantillon de 7 personnes, on prend comme variable aléatoire  $X$  le nombre d'individus ayant une réaction négative au sérum.

- 1) Quelles valeurs peut prendre  $X$  ?
- 2) Quelle loi suit  $X$  ?
- 3) Calculer la probabilité pour que :
  - a) Trois individus aient une réaction négative au sérum.
  - b) Au moins 3 individus aient une réaction négative au sérum.

**Exercice 7** Dans un laboratoire, 15% des pipettes sont cassées. Les pipettes sont rangées par bac de 8 unités.

- 1) On désigne par  $X$  la variable aléatoire donnant le nombre des pipettes cassées par bac. Donner la loi de probabilité de  $X$ .
- 2) Un défaut de stérilisation survient pour 3% des bacs. Un bac est écarté si le défaut de stérilisation est constaté ou s'il contient au moins 2 pipettes cassées. Pour 100 bacs, on note  $Y$  la variable aléatoire donnant le nombre des bacs écartés.
  - a) Donner la loi de la variable  $Y$ .
  - b) Calculer l'espérance ainsi que la variance de  $Y$ .