UBO
UFR Sciences et Techniques
Département de Mathématiques

Année universitaire 2012/2013
L1 Bio, Statistique
Examen du 27 octobre 2012

Pour chacun des exercices suivants, choisir l'affirmation exacte. Il y a une seule bonne réponse par question.

Exercice 1: Une variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 8$ et $p = 1/4$.
La moyenne (ou en d'autres termes l'espérance) de X est :

- ☐ 8.
- ☐ 6.
- ☒ 2.
- ☐ 1/2.
- ☐ 1/4.

$$\mathbb{E}[X] = n \cdot p = 8 \cdot \frac{1}{4} = 2$$

L'écart type de X est :

- ☐ $\sqrt{2}$.
- ☒ $\sqrt{3/2}$.
- ☐ $\sqrt{2/3}$.
- ☐ 3/2.
- ☐ 2/3.

$$\sigma = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{8 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4}} = \sqrt{2 \cdot \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{6}{4}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

La probabilité que X est strictement plus petit que 3 est :

- ☐ $\simeq$ 0,3671 .
- ☐ $\simeq$ 0,2076.
- ☐ $\simeq$ 0,3115 .
- ☒ $\simeq$ 0,6786 .
- ☐ $\simeq$ 0,8862 .

$$Pr(X < 3) = Pr(X = 0) + Pr(X = 1) + Pr(X = 2)$$
$$= 0.1001 + 0.2670 + 0.3115$$
$$= 0.6786$$

Exercice 2: Une variable aléatoire X suit une loi normale de paramètres $\mu = 10$ et $\sigma^2 = 4$.
La probabilité de $\{X \geq 10\}$ est égale à :

- ☐ 0,4945.
- ☒ 0,5000.
- ☐ 0,5040.
- ☐ 0,5080.
- ☐ 0,5120.

$$Pr(X \geq 10) = \frac{1}{2} = 0.5$$

La probabilité de $\{X \leq 9\}$ est égale à :

- ☐ 0,4129.
- ☐ 0,6915.
- ☐ 0,4761 .
- ☐ 0,6293.
- ☒ 0,3085.

$$Pr(X \leq 9) = Pr\left(Z \leq \frac{9-10}{\sqrt{4}}\right) = Pr\left(Z \leq -\frac{1}{2}\right)$$
$$= \phi\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \phi\left(\frac{1}{2}\right)$$
$$= 1 - 0.6915$$
$$= 0.3085$$

Exercice 3: Soient A et B deux caractéristiques que l'on relève systématiquement sur une population d'insectes trouvés dans une fôret. La fréquence observée de la caracteristique A est de 10 %. La fréquence observée de la caracteristique B est de 40 %. De plus 4 % des insectes observés montrent à la fois A et B.

Les caractéristiques A et B sont elles incompatibles ?

- ☐ Oui
- ☒ Non

$Pr(A \cap B) = 0.04 \Rightarrow A \cap B \neq 0$

Les caractéristiques A et B sont elles indépendantes ?

- ☒ Oui
- ☐ Non

$Pr(A \cap B) = 0.04 = 0.10 \cdot 0.40 = Pr(A) \cdot Pr(B)$

La probabilité avec laquelle un insecte montre la caractéristiques A mais pas B est :

- ☒ 6%.
- ☐ 14%.

$Pr(A \setminus B) = Pr(A) - Pr(A \cap B) = 0.10 - 0.04 = 0.06$

La probabilité avec laquelle un insecte ne montre aucun des deux caractéristiques est :

- ☐ 50 %.
- ☒ 54 %.
- ☐ 46 %.

$$1 - Pr(A \cup B) = 1 - Pr(A) - Pr(B) + Pr(A \cap B)$$
$$= 1 - 0.10 - 0.40 + 0.04 = 0.54$$

Exercice 4: Sur une île un tiers des individus d'une population d'un espèce d'insectes ont une caractéristique A. Une expérience consiste à capturer 50 individus et de compter le nombre X d'insectes qui montrent la caracteristique A dans l'échantillon.

La variable aléatoire X suit une loi de quel type ?

- ☐ Une loi de Bernoulli.
- ☐ Une loi de Poisson.
- ☐ Une loi exponentielle.
- ☒ Une loi binomiale.
- ☐ Une loi continue.

La probabilité d'avoir un nombre supérieur ou égal à 15 individus avec la caractéristique A dans l'échantillon est :

- ☐ $\simeq$ 0,6217.
- ☐ $\simeq$ 0,5832.
- ☐ $\simeq$ 0,4207.
- ☐ $\simeq$ 0,4168.
- ☒ $\simeq$ 0,5793 .

$$Pr(X \geq 15) = Pr\left(\frac{1}{\frac{10}{3}} \cdot \left(X - \frac{50}{3}\right) \geq \frac{1}{\frac{10}{3}} \cdot \left(15 - \frac{50}{3}\right)\right)$$
$$= Pr\left(Z \geq \frac{3}{10} \cdot \frac{(45 - 50)}{3}\right)$$
$$= Pr\left(Z \geq \frac{-5}{10}\right)$$
$$= Pr(Z \geq -0.2)$$
$$= 1 - Pr(Z \leq -0.2)$$
$$= 1 - \phi(-0.2)$$
$$= \phi(0.2) = 0.5793$$

- FIN -